



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



Univerzita Palackého
v Olomouci



GYMNÁZIUM
Jakuba Škody
PŘEROV

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Projekt OPVK - CZ.1.07/2.3.00/09.0017

„MATES - Podpora systematické práce s žáky SŠ v oblasti rozvoje matematiky“

Výjezdní soustředění matematických talentů

Výběrové soustředění

před 1. CZE-POL-SVK střetnutím juniorů

(KARLOV – 12. KVĚTNA 2012)

1. Rozhodněte, zda $1 + 2^{3456789}$ je prvočíslo nebo číslo složené.
2. Nechť D značí patu výšky z vrcholu C v ostroúhlém trojúhelníku ABC . Označme dále I střed kružnice vepsané trojúhelníku BCD . Dokažte tvrzení: Přímký AI a CI jsou navzájem kolmé, právě když $|AB| = |BC|$.
3. Nechť x, y, z jsou reálná čísla taková, že $0 < x, y, z < 1$, pro něž platí

$$xyz = (1 - x)(1 - y)(1 - z).$$

Dokažte, že aspoň jedno z čísel $(1 - x)y$, $(1 - y)z$, $(1 - z)x$ je větší nebo rovno $\frac{1}{4}$.

Čas na vypracování: 150 minut.