



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

---

Projekt OPVK - CZ.1.07/2.3.00/09.0017

„MATES - Podpora systematické práce s žáky SŠ v oblasti rozvoje matematiky“

---

## Výjezdní soustředění matematických talentů

### Kostelec nad Černými lesy – duben 2012

*Doc. RNDr. Jaromír Šimša, CSc*

JMÉNO SOUTĚŽÍČÍHO:

- 
1. (2 body) Najděte všechna desetimístná čísla, která jsou dělitelná číslem 1 999 a mají přitom největší možný ciferný součet.

*Odpověď:*

- 
2. (2 body) Hokejový turnaj  $2k + 1$  týmů se hrál systémem „každý s každým jeden zápas“. Za vítězství v zápase byly 2 body, za remízu 1 bod, za porážku 0 bodů. Po skončení turnaje se ukázalo, že žádné dva týmy nezískaly stejný počet bodů. Určete největší možný počet remíz v takovém turnaji (v závislosti na daném  $k \in \mathbb{N}$ ).

*Odpověď:*

- 
3. (2 body) Najděte všechny dvojice celých kladných  $m$  a  $n$ , pro něž má rovnice

$$\frac{m + \cos x}{m + \sin x} = n$$

v oboru reálných čísel  $x$  aspoň jedno řešení.

*Odpověď:*

- 
4. (2 body) Udejte příklad funkce  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , pro kterou  $f(1) = 1$ ,  $f(2) = 4$  a pro kterou rovnost  $y^2 f(x) + f(xy^2) = 2yf(xy)$  platí pro všechna  $x, y \in \mathbb{R}$ .

*Odpověď:*