

---

Projekt OPVK - CZ.1.07/2.3.00/09.0017

„MATES - Podpora systematické práce s žáky SŠ v oblasti rozvoje matematiky“

Gymnázium Jakuba Škody, Komenského 29, 750 11 Přerov

---

## Výjezdní soustředění matematických talentů Chocerady – duben 2012

### Řešitelnost geometrických úloh danými prostředky – osnova vystoupení

*Josef Molnár*

ABERO (*ábéró*) – pozdrav matematiků (Vychází z úlohy “Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , je-li dána strana  $a$ , strana  $b$  a poloměr  $\rho$  kružnice trojúhelníku  $ABC$  vepsané.“, která je euklidovskými (tj. pravítkem a kružítkem) neřešitelná.

Zahradnická konstrukce elipsy, hyperboly (paraboly), vytýčování pravých úhlů napínači provazů ve starém Egyptě.

#### 1. Řešení planimetrických konstrukčních úloh pravítkem a kružítkem

Elementární konstrukční úkony:

- sestrojení přímky (jako spojnice dvou různých bodů)
- sestrojení kružnice (je-li dán její střed a jeden její bod)
- sestrojení průsečíků daných čar (průsečík dvou přímek, přímky a kružnice, dvou kružnic)

Ú 1. Pomocí elementárních konstrukčních úkonů sestrojte k dané přímce daným bodem a) rovnoběžku, b) kolmici.

#### 2. Konstrukce omezenými prostředky

##### 2.a Lineární konstrukce

Ú 2. Lineárními konstrukcemi sestrojte daným bodem rovnoběžku s danou přímkou, na níž je vyznačena úsečka a její střed.

##### 2.b Konstrukce pravítkem a odpichovátkem

Odpichovátkem lze nanášet danou úsečku na danou polopřímku, rozevření odpichovátka nelze během řešení úlohy měnit.

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Ú 3. Pomocí pravítka a odpichovátka sestrojte kolmici k dané přímce.

### 3. Konstrukce stejně silné jako euklidovské

- pravítkem se dvěma rovnoběžnými hranami
- úhlovým pravítkem
- Steinerovy konstrukce
- konstrukce pouhým kružítkem
- konstrukce pravítkem a skleničkou (mincí)

Úmluvy o sestrogenosti útvarů:

1. Přímka je sestrogená, známe-li dva její různé body.
2. Kružnice je sestrogená, známe-li její střed a jeden její bod.
3. Bod je sestrogen  
a) je-li dán  
b) je-li libovolným bodem daného útvaru  
c) je-li průsečíkem dvou přímek, přímky a kružnice nebo dvou kružnic.

Ú 4. (Steinerovy konstrukce) Je dána kružnice  $k_0(S_0, r_0)$ . Sestrojte průsečíky dané (narýsované) přímky s danou (nenarýsovanou) kružnicí, smíte-li použít jen pravítko. (Předpokládá se, že umíme sestrojít rovnoběžku s danou přímkou daným bodem.)

### 4. Úlohy euklidovskými neřešitelné

Trisekce úhlu  
Duplikace krychle  
Rektifikace kružnice  
Kvadratura kruhu

### 5. Prostředky silnější než euklidovské

Archimédova konstrukce trisekce úhlu

### 6. Přibližné konstrukce

Kochaňského konstrukce rektifikace kružnice

### 7. Princip algebraického důkazu neřešitelnosti konstrukčních úloh euklidovskými

### 8. Konstrukce pravidelných n-úhelníků



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### Literatura:

Kořínek, V: Základy algebry

Odvárko, O. a kol.: Metody řešení matematických úloh

Švrček, J., Vančura, J.: Geometrie trojúhelníku