evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Univerzita Palackého v Olomouci
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Projekt OPVK - CZ.1.07/2.3.00/09.0017

„MATES - Podpora systematické práce s žáky SŠ v oblasti rozvoje matematiky“

Výjezdní soustředění matematických talentů – Karlov – únor 2012

Jaroslav Švrček – Jak provádět důkazy v planimetrii?

1. V rovnoběžníku $ABCD$ uvažujme výšku DH ke straně AB. Body E, F jsou středy jeho stran po řadě BC, AD. Dokažte, že $|BF| = |EH|$.

2. V trojúhelníku ABC je zvolen libovolný bod D na jeho těžnici BM, kterým prochází rovnoběžka p s AB. Bodem C veďme rovnoběžku q s BM, která protíná přímku p v bodě E. Dokažte, že $|BE| = |AD|$.

3. Úhlopříčky rovnoběžníku $ABCD$ se protínají v bodě P. Na prodloužení strany AB za bodem B uvažujme takový bod M, pro který platí $|MC| = |MD|$. Dokažte, že $|\sphericalangle AMP| = |\sphericalangle MAD|$.

4. Nechť L, M, N jsou po řadě středy stran BC, CA, AB v trojúhelníku ABC. Dokažte tvrzení: $|\sphericalangle LAC| = |\sphericalangle ABM|$, právě když platí $|\sphericalangle ANC| = |\sphericalangle ALB|$.

5. V pravoúhlém trojúhelníku ABC uvažujme výšku CD k přeponě AB. Na jeho delší odvěsně AC existuje bod F a na úsečce AD existuje bod E tak, že platí $|CD| = |DE|$ a $FE \perp AB$. Dokažte, že $|\sphericalangle CBF| = 45°$.

6. Nechť C je vnitřním bodem úsečky AB. Dále nechť k_1, k_2 a k jsou kružnice po řadě o průměrech AC, BC a AB. Přímka p, která prochází bodem C, protíná tyto kružnice v bodech D, E, C, F a G (v tomto pořadí na přímce p). Dokažte, že platí $|DE| = |FG|$.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

7. Je dán konvexní čtyřúhelník $ABCD$, v němž platí

$$|\sphericalangle DAB| + |\sphericalangle BCD| = |\sphericalangle ABC|\,.$$

Nechť S je středem kružnice opsané trojúhelníku ABC. Dokažte, že bod S je stejně vzdálen od přímek AD a CD.

8. Nechť AL je osa vnitřního úhlu v trojúhelníku ABC. Uvažujme bod K jeho strany AC, pro nějž platí $|CK| = |CL|$. Přímka KL a osa vnitřního úhlu při vrcholu B se protínají v bodě P. Dokažte, že platí $|AP| = |PL|$.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.